暗黙的最適性下での意思決定問題

明　石　吉　三

目　次

1　はじめに
2　最適性の事前決定可能性からの最適化問題の分類
3　目的からの最適化問題の分類
4　内部非競争組織下での意思決定問題
　4.1　購入問題
　4.2　生産問題
5　意思決定問題のための情報システム
6　半固定的意思決定問題に対する最適解探索システム
　6.1　探索ステップ
　6.2　スターグラフ I_Ω の表示
　6.3　探索プロセスにおけるスターグラフ表示
　6.4　スターグラフ I_Ω に対する探索オペレータ
7　探索手段
8　更なる議論
　8.1　非固定的意思決定問題
　8.2　内部組織競争下での意思決定問題
9　おわりに
　参考文献

1　はじめに

最適化問題は様々な分野でその解を求めることが要請される。組織活動における経営問題，計画問題，制御問題，さらに，個人の意思決定行動が含ま

キーワード：暗黙的最適性，意思決定問題，インタラクティブグラフ・イメージ処理技術，内部組織競争・非競争

れる。最適化問題の研究は，オペレーション・リサーチ，意思決定分析，最適制御理論，設計問題，エンジニアリングの諸問題など，様々な分野で，長い間行われ続けている。本論文では，意思決定状況下での最適化問題を議論する。

最適化問題は，通常，次のように定式化される：

$$\sum_{i\in I}\omega_i f_i(\boldsymbol{x}) \to \text{Maximize} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0. \tag{2}$$

ここで，$f_i(\boldsymbol{x})$, $i\in I$ は問題のサブ目的関数を表し，I はサブ目的関数を識別する番号の集合，すなわち，$I=(1, 2, \cdots, n)$ である。$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$は最適化対象の制約条件を定義する m 次元の関数である。$\boldsymbol{x}$ は l 次元の決定変数を表す。$\{\omega_i, i\in I\}$ は $\{f_i(\boldsymbol{x}): i\in I$ の相対評価のための重み係数であり，通常，定数として与えられる[1),2),3)]。

この最適化問題の定式化は，現実の意思決定問題に適用するには大きな制限を持つ。この制限は，上記定式化において仮定される次の３点によって生じている。

（１）$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$

$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$ を満たす $\boldsymbol{x}$ の全体は最適化問題の実行可能解の集合を定めるから，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ は実行可能解を決定する関数であるとみなすことができる。しかし，実行可能解集合が，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$ という間接的形式によって与えられる場合だけでなく，実行可能解集合が直接提示される場合もある。一人の決定者がある商品群から最も望ましい商品を購入するという問題を考えてみよう。意思決定者が選択候補とする商品は，多くの供給者から独立に提供されるのが通例である。同様に，決定者が選択可能な製品候補群から生産すべき製品を決定する場合を考えてみる。この場合もこの候補製品は，決定者が所属する組織が生み出した代替案として提示される。前者の最適化問題を購入問題，後者を生産問題と呼ぶことにする。結局，実行可能解は $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$ によって与

えられるだけでなく，直接提示される場合もある。

（２）$f_i(\boldsymbol{x})$, $i \in I$

上記定式化では，サブ目的関数 $f_i(\cdot)$, $i \in I$ は実行可能解集合とは独立に決定できることが仮定されている。この仮定は常に成立するだろうか。購入問題において決定者は前もって提示された商品ではなく，それとは別の商品の購入することもありうる。この事実は $\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$ は実行可能解集合と独立に決定できるとは限らないことを表している。

（３）ω_i, $i \in I$

$f_i(\boldsymbol{x})$, $i \in I$ が実行可能解集合と独立に決定できる場合を考えよう。このとき,決定者はサブ目的関数間の相対評価関数，すなわち，$\{\omega_i,\ i \in I\}$ の値を，常に決定できるだろうか。以下の議論で示すが，決定者は実行可能解集合を提示されない限り，相対重み係数 $\{\omega_i,\ i \in I\}$ を決定できない場合がある。

以上の指摘から，従来の最適化問題の定式化は現実の意思決定問題への適用に対し大きな制限を持つといえる。本論文では，上記の仮定が必ずしも成立しない最適化問題を分析し，その解決法を提案する。その解決手法は，インタラクティブなグラフ，画像処理技術といった情報技術の有効な活用法に基づいている。

2　最適化問題の分類
－最適性の事前定義可否と実行可能解定義法の違いの面から－

最適化問題を次の二つの点から分類する。第一は実行可能解定義法であり，第二は定義される最適性の相違，すなわち，$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$，$\{\omega_i,\ i \in I\}$ が定義されるか否かである。ここで，以下の分類のために,‘固定的’,‘非固定的’という用語を導入する。

（1）固定的実行可能解集合と非固定的実行可能解集合

従来の最適化問題の定式化では実行可能解集合Ωは $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$ によって定義されるとするのが通例である。このことは実行可能解が実行可能解の特性だけから決定できることを前提にしていることになる。このように実行可能解集合が定義できる場合を‘固定的’実行可能解集合と呼び，そうでない場合を‘非固定的’実行可能解集合と呼ぶことにする。

（2）固定的，半固定的，固定的最適性

1で述べたように，定義される最適性は意思決定状況によりまったく異なる。定義される最適性の違いから，最適性を次の三つのレベル：最適性が明確に定義されるレベル；**固定的最適性**，最適性が定義されないレベル；**非固定的最適性**，両者の中間のレベル；**半非固定的最適性**，に分類する。各最適性レベルは以下のように定義することができる。

固定的最適性：

$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$ と $\{\omega_i,\ i \in I\}$ の両者が実行可能解集合Ωに独立である場合である。この場合は，問題定義の段階で上記の関数形と係数が決定できると考えている。これを**固定的最適性**と呼ぶ。

半非固定的最適性：

$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$ が実行可能解集合Ωとは独立に決定でき，$\{\omega_i,\ i \in I\}$ が集合Ωに従属する場合である。この場合は，問題定義段階で前者の関数形が決定できるが，後者の係数は決定できない場合である。これを**半非固定的最適性**と呼ぶ。

非固定的最適性：

$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$ と $\{\omega_i,\ i \in I\}$ が共に集合Ωに従属する場合である。この場合は，最適性は，問題定義段階では何ら定義されない。これを**非固定的最適性**と呼ぶ。

ここで次の最適性レベルは存在しないことに留意すべきである：

$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i\in I\}$が集合$\Omega$に従属し，$\{\omega_i,\ i\in I\}$が集合$\Omega$に独立である場合である。それは，$\{\omega_i,\ i\in I\}$は$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i\in I\}$が与えられない限り定まらないからである。

（３）最適化問題の分類

最適化問題は$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\leqq 0$あるいは実行可能解集合$\Omega$と最適性レベルのペアとして分類することができる（表１参照）。固定的最適化問題では，決定者の役割は問題を定義すること，すなわち，集合Ω，$\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i\in I\}$，$\{\omega_i,\ i\in I\}$を定義することである。

表１　最適化問題の分類

		最適性定義レベル		
		固定的	半非固定的	非固定的
Ω	固定的	固定的ＯＰ（タイプ１）	半非固定的ＤＭＰ（タイプ１）	――
	非固定的	固定的ＯＰ（タイプ２）	半非固定的ＤＭＰ（タイプ２）	非固定的ＤＭＰ

注）ＯＰ：最適化問題，ＤＭＰ：意思決定問題

決定者は最適解の探索に関与する必要はない。決定者は問題定義後は，最適解が提供されるのを待つだけである。最適解の探索は最適化計算プログラムで実行されるのが通例である。一方，半非固定的最適化問題，非固定的最適化問題では，決定者は最適解探索のプロセスに直接関与しなければならない。その理由は，この探索過程を通じて，問題の最適性を評価しなければならないからである。後述するように，この場合には，決定者は集合Ωの観察・評価によって，最適性を評価しなければならない。本論文の目的は，決定者が最適性を陽には定義できない，あるいは，部分的にしか最適性を定義できない最適化問題に対して最適解探索法を提案することにある。ここで，‘固定的’という用語は問題定義段階での最適性の明確性という意味で用いている。したがって，非固定的最適

化問題，半非固定的最適化問題は暗黙的（tacit）意思決定問題と呼ぶことともできる。

本論文では，半非固定的最適化問題を中心に議論する。ここでは，決定者が問題の最適性同定と最適解探索を実現する情報システムを提案することが主要な課題となる。

以下では，半非固定的最適化問題，非固定的最適化問題を，意思決定問題（：**D**ecision **M**aking **P**roblems）と呼ぶことにする。その理由は，決定者が最適解探索プロセスに直接関与するからである。その意味で，固定的最適化問題は，通常の意味での最適化問題（：**O**ptimization **P**roblems）である。

3　目的からの最適化問題の分類

最適解探索システムを構築するには，本論文で想定する最適化問題が対象とする範囲を明らかにする必要がある。そこで，対象とする問題が追求する目的の観点から，最適化問題を分類する。

（１）　二種類の最適化問題

次の二種類の最適化問題に分類する。

購入問題：購入すべき最適な商品の決定

生産問題：生産すべき最適な製品の決定

両問題において，固定的，半非固定的，非固定的最適化問題が存在する。購入問題では，実行可能解集合は非固定的である。なぜなら，決定者が選択可能な商品は通常，決定者が所属する組織とは別の組織から提示されるからである。

（２）決定問題におけるステークホルダ

ステークホルダという用語は，ここでは，決定に影響を与える要因として用いる。ここでのステークホルダは次の4種類が考えられる。

決定者：

消費者　・・・購入問題に対して

生産者　・・・生産問題に対して

市場：

購入問題に対しては，購入候補となる商品の市場である。これを購入市場と呼ぶ。生産問題に対しては，生産した製品を販売する市場である。これを販売市場と呼ぶ。

内部組織：

決定者が所属する組織を内部組織と呼び，そうでない組織を外部組織と呼ぶことにする。内部組織は，一般に，いくつかのサブ組織から構成される。サブ組織間に何らかの競い合いの関係が存在する場合には，決定者は，それぞれのサブ組織の目的を達成する解を求めなければならない。競争関係が存在しない場合には，内部組織全体最適化のために，一部あるいはすべてのサブ組織に，何らかの犠牲を強いることが可能である。したがって，この場合には，決定者は内部組織内のサブ組織の存在を無視できる。競争関係下でのサブ組織を内部競争者（コンペティタ）と呼ぶ。以上から，内部組織は次の二つのタイプに分けられる：

非競争的内部組織，

競争的内部組織。

外部組織：

購入問題においては，競合する消費者が外部組織となる。それは，所望の商品購入に直接関係するからである。ここでの消費者には個人及び組織の両者が存在する。生産問題の場合には，製品販売の競争生産者が外部組織となる。前者を競争的消費者，後者を競争的生産者と呼ぶ。

4　非競争的内部組織下での意思決定問題

以下非競争的内部組織下での意思決定問題を議論の対象とする。競争的内部組織下の問題は８で議論する。

4.1　購入問題

（１）仮定

実行可能解集合は非固定的，すなわち全ての実行可能解（選択候補となる商品）は決定者に提示されるものとする。さらに，最適性レベルは半非固定的であると仮定する。

（２）最適解探索手法

最適解探索法の詳細は次章で述べる。ここでは，その基本的な考えを示す。最適性は次の二つの判断基準によって追求されると考えることは自然であろう：

－　選択可能商品，すなわち実行可能解集合内での優位性
－　実行可能解集合に含まれない商品（：選択不可能商品）に対する優位性。この商品は購入市場からは提供されないが，外部組織，すなわち，購入競争者が既に購入済みの商品である。

探索手法の目標は，上記二つの優位性を満たす解を見出すことである。ここでは，半非固定的最適化問題を対象としているから，サブ目的関数は与えられているが，サブ目的間の相対評価関数（係数）は未知である。最適解を求めるには，各実行可能解と選択不可能商品に対する目的関数の評価値が必要である。決定者はこの評価値を用いて最適解を探索することになる。この決定者の行為を支援するために，次の手段を提案する：

－　全ての実行可能解と選択不可能商品の目的関数評価値を表示する。

複数のサブ目的関数評価値を総合評価することが求められることから，この表示法としてスターグラフ表示が有効な方法である（図３参照）。

- 決定者がより望ましい解を絞り込み，二つの優位性を満たす最適解を求めるために，スターグラフ上での操作手段を決定者に提供する。

まず，外部競争者に対する優位性を考えよう。その解は次の条件を満たす解である：その解に対するそれぞれのサブ目的関数評価値が，選択不可能商品に対する対応するサブ目的関数評価値よりも大きい解である。この条件を満たす解が存在する場合には，スターグラフからその解は容易に見出される。しかし，この条件を満たす解は，必ずしも存在しない。存在しない場合が一般的である。したがって，決定者はいくつかのサブ目的関数を犠牲にし，決定者が重要と考える特定のサブ目的関数（一般には複数個のサブ目的関数）に関し，非選択可能商品に優位な解を求めると考えられる。特定のサブ目的関数として何を選択するかは，決定者の判断である。この具体的手段は後述する。

次に，実行可能解集合内での優位性について考えよう。ある解に対するそれぞれのサブ目的関数評価値が，他の実行可能解に対するそのサブ目的関数評価値よりも大きければ，その解が最適解である。このような解は，一般に期待できないため，決定者はいかなる解を選択すべきかの決定は，決定者自身の総合判断である。なぜなら，サブ目的関数間の相対評価が関わるからである。決定者によるこの解探索行為を支援するために，次の情報提供は有効である。

- 全てのサブ目的関数評価値が‘かなり高い’解の提示。ここで，‘かなり高い’解かの判断は決定者に依存する。

－　特定のサブ目的関数評価値が‘極めて高い’解の提示。ここで，‘極めて高い’かの判断も，同様に，決定者に依存する。

ここで，最適解という用語は決定者がもっとも好ましいと判断する解として用いていることに留意すべきである。したがって，最適解は決定者が異なれば異なり，同じ決定者であったとしても決定状況が異なれば，異なる可能性がある。

4.2　生産問題

生産問題の仮定，探索手法も購入問題の場合と基本的に同じである。

（１）仮定

実行可能解集合：固定的あるいは非固定的な場合のいずれかである。

最適性レベル　：半非固定的である。

（２）探索手法

最適解選択の判断基準

－　選択可能製品内での優位性

－　外部競争者への優位性，すなわち，選択不可能製品への優位性

探索手法

購入問題と同一である。

5　意思決定問題のための情報システム

最適化問題は，固定的／半固定的の観点から，一つの固定的最適化問題と二つの意思決定問題に分類できることを３で示した。最適解探索法を開発するには，定義される最適性レベルの違いを考慮することが，実行可能解集合定義法の違いを考慮することよりも本質的である。本章では，意思決定問題のための情報システムについて議論する。各問題に必要な情報システムとそ

の実現のための必要となる情報技術が明らかになる。

（1）固定的最適化問題：従来の最適化問題

固定的最適化問題では，決定者の役割は問題を定義すること，すなわち，

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0,\ \{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\},\ \{\omega_i,\ i \in I\}$$

を決定することである。最適解を探索することは情報システムに委ねられているから，情報システムへの要求は最適化計算プログラムの開発である。

（2）半非固定的意思決定問題

決定者は実行可能解集合Ωあるいは $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0$ およびサブ目的関数 $\{f_i(\boldsymbol{x}),\ i \in I\}$ を定義する。固定的最適化問題の場合とは異なり，決定者は最適性を同定し，最適解を探索しなければならない。したがって，情報システムへの要求はそのシステムが決定者の解探索プロセスに対し，いかに支援するかである。2で述べた支援システムは，次の二つの機能から構成される：

- 全ての実行可能解 $\boldsymbol{x} \in \Omega$ のサブ目的関数評価値をスターグラフ表示，
- スターグラフ上での操作。

これら機能の実現のために必要な情報技術はインタラクティブなグラフ処理技術である[4),5)]。

（3）非固定的意思決定問題

非固定的意思決定問題では，実行可能解集合だけが定義されるから，決定者はこの情報だけを用い，最適解を求めなければならない。決定者を支援するために要求される情報システムは次の二機能である：

- 実行可能解集合の表示，
- より望ましい解集合への絞込みと最適解の選択支援機能。

この探索法は8で簡単に議論する。上記機能を実現するために有効な情報技術はインタラクティブなイメージ処理技術であることを示

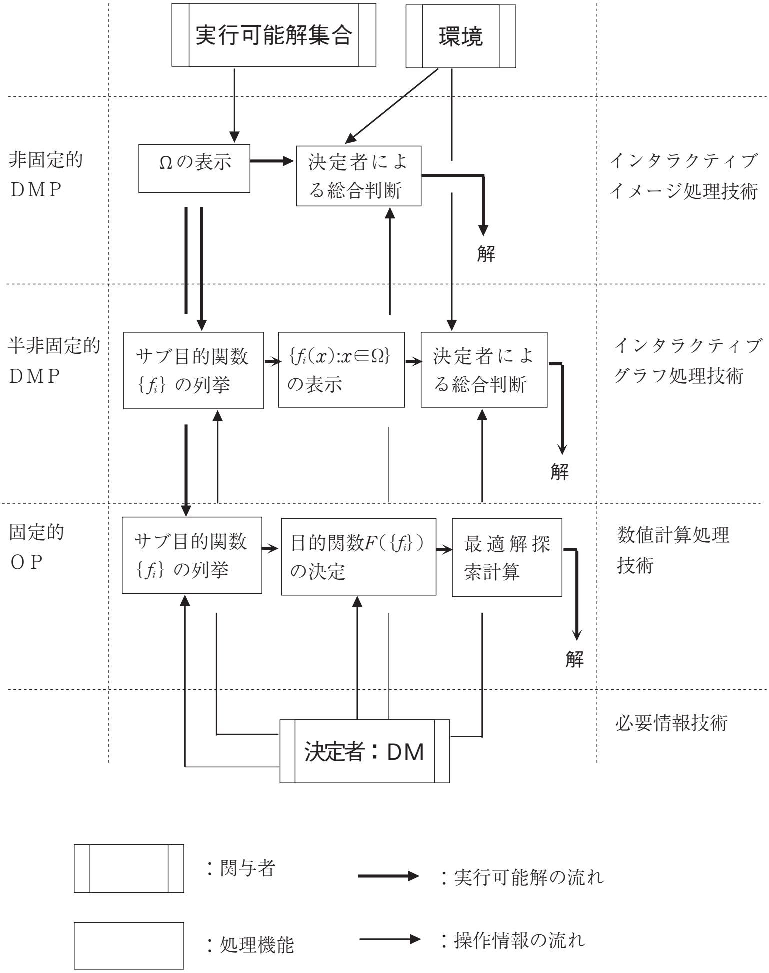

図１　二つの意思決定問題と固定的最適化問題に必要な情報システム

す[4),5)]。

図１は固定的最適化問題，二つの意思決定問題のための情報システムを示している。そこでは，必要な情報処理機能，ステークホルダ；決定者，環境

(：市場)，内部競争者，外部競争者，間の関連が表現されている。

三つの問題と情報処理技術との関係に，若干の注釈を述べておく。最適化問題の研究は数10年にわたり，多くの研究者が推進してきた。研究の初期段階では，利用可能な情報技術は現在と比べ，大幅に限定されたものである。数値計算技術が最適化問題に適用可能な唯一の情報処理技術であるといっても過言でなかろう。したがって，当時の研究者が，現実に発生する意思決定問題を従来型の最適化問題の形式に定式化し，その問題の解法，すなわち，最適化手法の研究に注力したことは，極めて自然なことと考えられる。実務家は，これらの成果を享受できた一方，不満も多く感じていたはずである。現実の意思決定問題に対する誤った定式化によって，非現実的な最適化問題を生み出した可能性も多いと推察される。今日，我々は当時と比べられない新たな情報処理技術を手にしている。たとえば，高計算処理力はもとより，グラフ処理技術，イメージ処理技術，インタラクティブ技術などである。本論文は，どのような情報処理技術が適用可能かという観点から，意思決定問題を再考すべきであることを主張している。半非固定的意思決定問題，非固定的意思決定問題は，この観点から提案しているといえる。

6　半非固定的意思決定問題のための最適解探索システム

半非固定的意思決定問題における探索システムは，前章で述べたように，決定者のスターグラフ上での探索行動を支援する情報システムである。このとき，探索システムは全ての実行可能解に対するサブ目的関数の評価値の集合 I_Ω，すなわち

$$I_\Omega = \{f_i(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in \Omega\} \tag{3}$$

$$\Omega = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0 \qquad \text{：固定的場合} \tag{4}$$

$$\Omega = \{x_1, x_2, \cdots\cdots\cdots x_n\} \qquad \text{：非固定的場合} \tag{4$'$}$$

を用いるが，相対評価係数 $\{\omega_i,\ i \in I\}$ を求めようとも，利用しようともしない。

6.1　探索ステップ

決定者は最適解を次のステップで探索すると考える。

ステップ1：意思決定問題の定義

$$F(\boldsymbol{x}) \rightarrow \text{Maximize} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \leqq 0 \text{ あるいは } \Omega = \{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \cdots\cdots\cdots \boldsymbol{x}_n\} \tag{6}$$

ここで，目的関数 $\boldsymbol{F}(\cdot)$ は未知である。

ステップ２：F のサブ目的関数；$f_i(\boldsymbol{x})$，$i \in I$のリストアップ

ステップ３：$I_\Omega = \{f_i(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{x} \in \Omega\}$の計算

ステップ４：スターグラフ I_Ω の表示

ステップ５：スターグラフ I_Ω を用いて最適解の探索と選択

ステップ4，5は次章で詳細に議論する。図２は，半非固定的意思決定問題に対する提案する最適解探索システムの概略を示している。

6.2　スターグラフ I_Ω の表示

一つの実行可能解 $\boldsymbol{x}$ は，それに対するサブ目的関数評価値である$f_i(\boldsymbol{x})$，$i \in I$ を表現する一つのスターグラフを定める。決定者の解探索を支援するには，全ての $\boldsymbol{x}$ に対する全てのスターグラフを同時表示する必要がある。このスターグラフの全体が I_Ω である（図３参照）。f_i 軸上に $f_i(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{x} \in \Omega$ の平均と分散が印字されている（図４参照）。ここで，$m_i + k\sigma_i$ は $k\sigma_i$ で表現している。この印は必ずしも必要ではないかもしれない。そのような場合は，単純な印を軸上に表示すればよい。このような印を軸上に表示する理由は，決定者がサブ目的関数値に関し顕著な実行可能解を容易に見出すことを可能にするためである。k の値を，各軸に関し同一とするのは，サブ目的関数を同等に扱うためである。

6.3　探索プロセスにおけるスターグラフ表示

決定者はスターグラフ I_Ω を用いて，インタラクティブに最適解を探索す

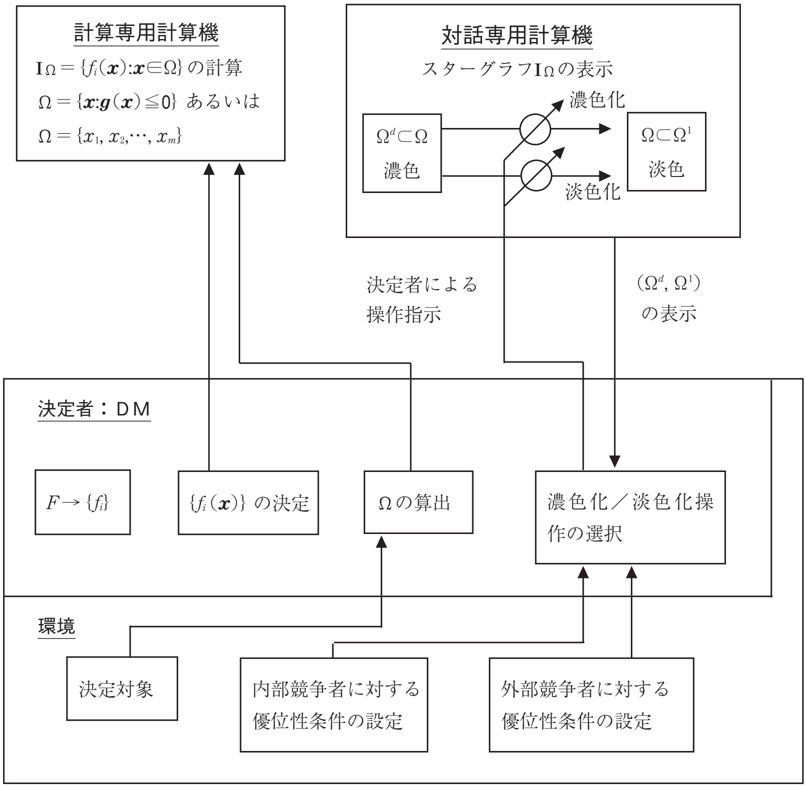

図２　半非固定的意思決定問題に対する探索システム

る。この決定者の探索行動を支援するために，スターグラフに対して次の表示法を提供する。

（1）スターグラフの色表示

次の二種類の色表示を提供する：

f_i 軸：各サブ目的関数軸は二種の色で区別する。一つは濃色，他の一つは淡色である。

実行可能解$\boldsymbol{x}$：実行可能解は二種類の色で区別する。

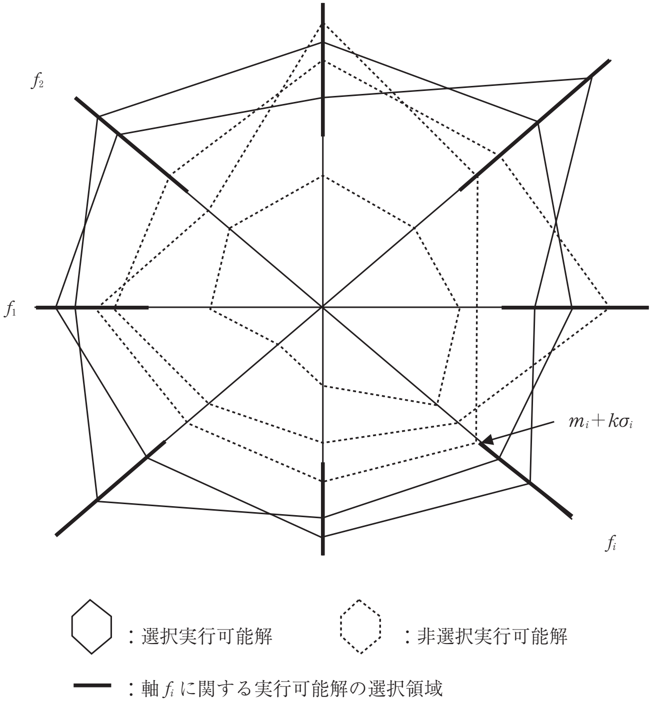

図３　スターグラフ $\{f_i(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in \Omega\}$ の表示法

濃色と淡色を用いる理由は，両者を区別するためである。実行可能解に対して二種類の色を用いる理由は，選択解と非選択解とを区別するためである。ここで，選択解とは最適解の候補として，探索過程で検討している解をいい，非選択解は検討対象外の解である。

（２）スターグラフ表示上での実行可能解の表現法

実行可能解の表現：

濃色表示解：各探索段階での選択解を濃色表示する，

淡色表示解：非選択解を淡色表示する。

当然，選択解と非選択解は探索段階で異なる。

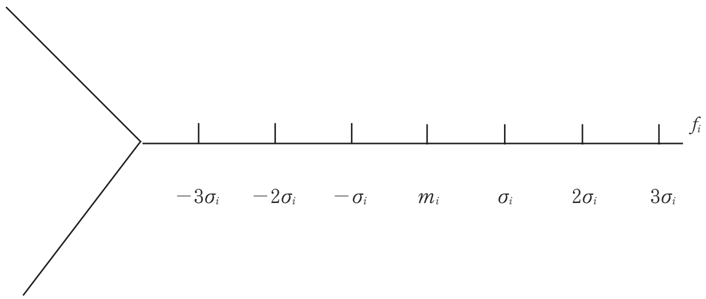

図４　スターグラフにおけるサブ目的軸の表示

軸 f_i，$i \in I$ の表現：

濃色表示領域：$m_i + p\sigma_i$ より大きい領域を濃色表示する。ここで，p（≧0）の値は決定者が指定する。濃色表示域に入る実行可能解を選択解として着目することになる。

淡色表示領域：濃色表示外の領域は淡色表示する。

決定者が特定の軸 f_i に着目する場合もあろう。決定者が指定する値 s_i に対して，条件 $f_i < s_i$ を満たす解を選択解から除外したい場合には，$f_i < s_i$ の領域は淡色表示とし，それ以外は濃色表示とする（図３参照）。

6.4　スターグラフ I_Ω に対する探索オペレータ

スターグラフ I_Ω の操作オペレータとして，次の三種類を用意する。

－色初期化オペレータ：R

オペレータ R は全てのスターグラフを淡色化あるいは濃色化する。

－淡色化オペレータ：$C(p)$

オペレータ $C(p)$ は達成度が p より小である実行可能解を淡色化する。ここで実行可能解 $\boldsymbol{x}$ の達成度の定義は後述する。このオペ

レータは p の増加方向，減少の両方向に，連続的に操作可能である。それは，決定者が解の実行可能解全体の特徴を理解することを支援するためである。

－特定軸 f_j に対する色固定化オペレータ：$S(j, p)$

オペレータ $S(j, p)$ はサブ目的関数 f_j に対する達成度が p 以下の実行可能解を淡色化し，そうでないものを濃色化する。オペレータ R はオペレータ $S(j, p)$ に先行しなければならない。それは，オペレータ $S(j, p)$ が適用される実行可能解は色初期化された解が対象だからである。

サブ目的関数 f_j に対する実行可能解 $\boldsymbol{x}$ の達成度は次式で定義される：

$$r_j(\boldsymbol{x}) = (f_j(\boldsymbol{x}) - m_j) / \sigma_j, \tag{7}$$

ここで，

$$m_j = \sum_{j \in I} f_j(\boldsymbol{x}) / |I|, \tag{8}$$

$$\sigma_j = \{\sum_{j \in I} (f_j(\boldsymbol{x}) - m_j)^2 / |I|\}^{\frac{1}{2}}. \tag{9}$$

ただし，$|I|$ は集合Ωの個数すなわち実行可能解の個数を表す。

7　探　索　法

半非固定的意思決定問題の探索法を提案する。最適解を求めるためには，決定者が次の二つの優位性条件を満足する解を見出すための操作手段を提供しなければならない：

－　実行可能解集合Ω内での優位性：優位性Ⅰ，

－　外部競争者への優位性　　　　：優位性Ⅱ.

（1）基本的探索手段

優位性Ⅰ，Ⅱを満たす解を探索手段として，二種類の基本的手段を提

供する。

手段１：対優位性Ⅰ

手段１の一例は次の手順に従う手段である。

ａ．色初期化オペレータ R を用いて全ての実行可能解を濃色化する。

ｂ．ある p の値（たとえば $p=3$）に対して，$f_i(\boldsymbol{x}) < m_i + p\sigma_i$ を満たす実行可能解を淡色化し，この操作を p を連続して増加させる。この操作は淡色化オペレータ $S(j, p)$ を用いて実行することができる。

ｃ．濃色解がなくなる直前では，濃色解は少数個だけである。したがって，決定者はその少数個の濃色解の中から最適解を決定することができる。この最終段階での決定では，選択候補となる少数個の解の他の情報，たとえばイメージ情報，写真情報などを提供することは有効であろう。

手段２：対優位性Ⅱ

説明の簡単さのために，選択不可能商品が一つである場合を考えよう。**手段２**の目的は選択不可能品に優位な解を選択することである。その商品に対するサブ目的関数 f_i の評価値を α_i，$i \in I$ で表すことにする。**手段２**の一例は次の手順に従うものである；

$f_i < \alpha_i$，$i \in I$ を満たす解を淡色化する。この結果得られる濃色解は非選択可能物に優位な解，すなわち外部競争者に優位な解である。

しかし，上記の条件を満たす解は存在しないのが一般的である。したがって，決定者は全てのサブ目的関数に関して，非選択商品に優位な解を得ることはできないから，決定者はいくつかの特定のサブ目的関数に関して，優位な解を探索することになる。したがって，**手段２**は次のようになる；

－　特定なサブ目的関数 f_i に対して，次の条件を満たす解を淡色化する。

$$f_i(\boldsymbol{x}) < \beta,\ \boldsymbol{x} \in \Omega \tag{10}$$

ここで，β は決定者により与えられる値であり，このサブ目的関数の実現値が β より大きい解を決定者は求めたいと考えていることを意味する。一般に，この着目するサブ目的関数は複数個あると考えられるが，ここでは，説明の簡潔さのために，１個のサブ目的関数だけとして説明する。

－　β の値をスターグラフ上で連続的に変化させ，上の操作を実行させる。そのとき，スターグラフの全ての実行可能解が淡色化される直前に，少数個の濃色解が得られる。この解は，特定なサブ目的関数に関し，外部競争者に優位な解であると，決定者が考える解である。

上の説明から明らかなように，インタラクティブなグラフ処理技術は，**手段１**，**手段２**の実現に不可欠である。β の連続的変更，f_i の様々な選択が上記の操作には不可欠だからである。

（２）最適解の探索手順

決定者は（１）の二つの**手段**を用い最適解を探索することができる。優位性Ⅰ，Ⅱのいずれを先行（重視）するかによって，次の探索手順が考えられる。

ａ．**手順１：手段Ⅰ→手段Ⅱ**
ｂ．**手順２：手段Ⅱ→手段Ⅰ**

手順１は，決定者が外部競争優位性よりも実行可能解集合内での優位性

（内部優位性）を重視する場合である。一方，手順２はその逆である。この二種類の手順が基本であり，この手順を様々に組み合わせて最適解を探索することになる。

8　更なる議論

５，６で半非固定的意思決定問題を議論し，７でそのための探索手段と探索手順を示した。本章では意思決定問題について議論を深める。ここでは次の二課題を取り上げる：

－　非固定的意思決定問題,
－　内部競争者を考慮した意思決定問題。

8.1　非固定的意思決定問題

非固定的意思決定問題では，実行可能解集合Ωだけが決定者に提示される。これがサブ目的関数が与えられる半非固定的意思決定問題と異なる点である。決定者はΩの情報だけで，最適解を探索，選択することになる。この問題設定は，問題の定義段階で，目的関数に関して何らかの設定が可能であるという問題とは，異なる。この決定問題の場合，決定者は次のようなステップで最適解を探索すると考えることは，妥当と考える。

実行可能解集合Ω
↓
ステップ１：　集合Ωの繰り返し観察
↓
ステップ２：　集合Ωをより好ましい解集合Ω'⊂Ωへ絞込み
↓
ステップ３：　集合Ω'の評価と最適解の選択
↓
最適解

決定者は最初に集合Ωの全体の分布を把握するために，全ての実行可能解を観察する，すなわち，集合Ω内にどのような顕著な特徴を持つ解が存在するかを把握したいはずである。これがステップ１での観察である。この観察を繰り返し，決定者は少数個の好ましいと考える解集合Ω' ⊂Ωに絞り込む（：ステップ２）。ステップ１及びステップ２では，全ての実行可能解を，リアルなイメージとして提示することは，効果的である。ステップ３でΩ'を評価し，最適解を選択する。ここでは，集合Ω'の要素数は小であることから，テーブル形式，あるいは，決定者の要求に応じ，各要素の拡大縮小などの表示が有効であろう。

ここで述べた操作，表示システムの実現はインタラクティブなイメージ処理技術によって可能である。ここで，インタラクティブ性を強調しているのは次の理由による。上に示したステップは一例である。決定者はステップ１，２，３の順序に実行するとは限らない。任意のステップから任意のステップへ進み，様々な観点からΩ'を評価し，最適解に絞り込んでいくと考えられる。したがって，決定者を支援するシステムでは，インタラクティブ機能が必須である。

8.2　内部組織競争下での意思決定問題

内部サブ組織間で競争関係が存在する場合，すなわち，内部競争下での意思決定状況では，それぞれのサブ組織の協力が得られない限り，決定者の決定は実行不可能である。したがって，決定者はサブ組織の協力が得られる実行可能な解を見出さなければならない。この解を求めるための決定プロセスは次のようになろう：

－　サブ組織の協力が得られる解の候補を選択する。
－　最適解を選択する。

後者の選択ステップは前述と同様に実行可能であるから，ここでの課題は前

者の選択プロセスにある。サブ組織間の協力可能な解を選択するプロセスは，**協力スターグラフ**と呼ぶ一つのスターグラフを用いることによって実現できることを示そう。

サブ組織 j, $j \in J$ の目的関数をスカラー関数 $h_j(\cdot)$, $j \in J$ で表現されるとする。ここで，J はサブ組織を表す添え字の集合である。ここで，$h_j(\cdot)$, $j \in J$ は $\boldsymbol{x}$ の関数であると仮定している。以下の議論から分かるが，$h_j(\cdot)$, $j \in J$ は $\{f_i(\boldsymbol{x}) : i \in I\}$ の関数である場合に拡張できる。なぜなら，この場合も，$\boldsymbol{x}$ が与えられれば $\{f_i(\boldsymbol{x}) : i \in \Omega\}$ の値が定まり，その結果，$\{h_j(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{x} \in \Omega\}$ は求まるからである。$\{h_j(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{x} \in \Omega\}$ をスターグラフ表示したものを**協力スターグラフ（図 5 ）**と呼ぶ。

サブ組織の協力が得られる可能性がある解は次のように求めることができる。

協力スターグラフ $\{h_j(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{x} \in \Omega\}$ の表示

↓

協力スターグラフ上での操作

解の絞込みと評価

↓

協力可能解

協力スターグラフ上での操作は，前述したスターグラフ $\{h_j(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in \Omega\}$ 上での操作に類似している。この操作例を示そう。各サブ組織は次の条件を満たすとき協力可能とする：

$$h_j(\cdot) \geqq \Upsilon_j, j \in J, \tag{11}$$

ここで，Υ_j はサブ組織 j の目的 $h_j(\cdot)$ がこの値より大きければ，協力可能と考える値である。したがって，協力可能解集合 Ω'' は次式で与えられる，

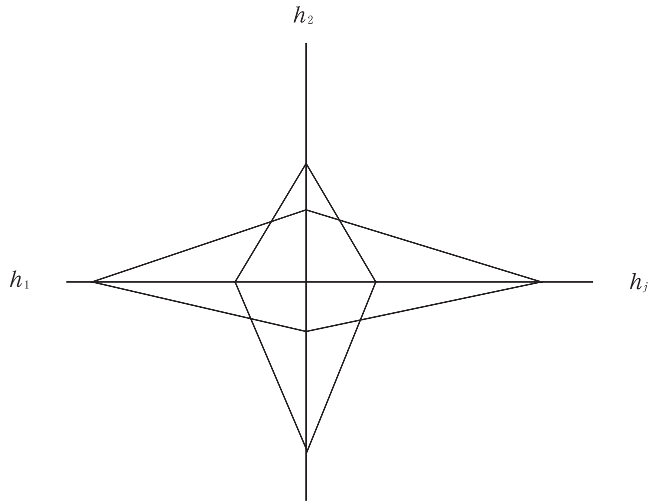

図５　内部組織競走下における協力スターグラフ

$$\Omega'' = \{\boldsymbol{x} : h_j(\boldsymbol{x}) \geqq \Upsilon_j,\ j \in J\}, \tag{12}$$

しかし，７での議論と同様に，集合 Ω″ は空集合であるのが通例である。したがって，この条件を満足させられないサブ組織に対しては，この未達成な状況を補償するために，サブ組織と協議し，全てのサブ組織が協力できる解を見出さなければならない。この解の探索は，**協力スターグラフ**を操作することによって実行する。この実行手順は７での議論と同様であるが，この場合には，決定者は未達成サブ組織への補償のために，$h_j(\cdot)$ とは異なる利益尺度によって行う場合も多い点に，留意すべきである。

ここでは，内部競争下での意思決定問題の一つの解決法を示した。サブ組織の目的が，実行可能解のスカラー関数として表現できると仮定した。サブ組織の目的が複数のサブ目的として考える場合も存在すると考えられる。この課題は今後に残されている。

9　おわりに

従来の最適化問題の定式化では，問題の最適性が実行可能解集合とは独立に決定できることが仮定されている。現実の意思決定状況では，この仮定は成立するとは限らない。本論文では，次の二つの視点から最適化問題を分類した。一つは実行可能解集合の定義法であり，他の一つは最適性の実行可能解集合依存性である。この分類のために固定的，非固定的という概念を導入し，従来の最適化問題を含め，三つの最適化問題を明らかにした。

- **非固定的意思決定問題**：最適性が問題定義段階では全く与えられず，実行可能解集合だけが与えられる，
- **半非固定的意思決定問題**：問題定義段階でサブ目的関数の組が設定できるが，サブ目的関数間の評価関数は決定できない問題である。この問題では，実行可能解集合が対象を表現する関数として与えられる場合と，実行可能解が列挙される場合とがある。
- **固定的意思決定問題**（従来の最適化問題）：最適性が実行可能解集合とは独立に決定できるとする場合である。この場合，サブ目的関数の組とサブ目的間の評価関数も与えられるとするのが通例である。

  この問題でも，半非固定的意思決定問題と同様に，実行可能解集合の定義法の違いから二つの場合がある。

非固定的，半非固定的問題を意思決定問題と呼んだ。それは両者の問題では，最適解探索に決定者が直接関わらざるをえないからである。

これら三つの問題に対する情報システムを示した。これらの問題間での情報システムシステムの違いは次の点である。

1）非固定的意思決定問題：決定者が繰り返し実行可能解を観察，評価し，最適解に絞り込んでいくのを支援するのがこのシステムの役割である。このシステム実現には，インタラクティブイメージ／画像処理技術が不可欠である。

２）半非固定的意思決定問題：全ての実行可能解に対するサブ目的関数の実現値を用い最適解の探索を支援するのがこのシステムの役割である。この実現値のスターグラフ表示とスターグラフ上での操作法からなる，最適解探索支援情報システムを提案案した。この実現にはインタラクティブなグラフ処理技術が有効である。

さらに，今後の展開課題として，内部組織競争下での意思決定問題を議論した。この問題ではサブ組織の協力が得られる解を求めなければならない。サブ組織の目的をスターグラフ表現した**協力スターグラフ**の概念を導入し，協力可能解を得る方法を示した。

参考文献

１）Jeffrey L. Ringuest, 'Multiobjective Optimization: Behavioral Computation Consideration', Kluwer Academic Publishers, 1992

２）Keeley R.L. and H. Raiffa, 'Decision with Multiple Objectives: Preference and Trade-off', John Wiley and Sons, 1976

３）Evangelos Triantaphyllou, 'Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comperative Study', Kluwer Academic Publishers, 2000

４）Herman, Guy Mulancon and Mershal, 'Graph Visualization and Navigation in Information Visualization', IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics, Vol.6, No.1, 1-4, 2000

5）Ware, 'Information Visualization: Perception for Design', Morgan Kaufmann, 2000

（あかし　きちぞう／経営学部教授／2003年２月21日受理）

Decision Making Problems under Tacit Optimality

Kichizo AKASHI

In the usual formulation of the optimization problems the optimality of the problem is assumed to be determined independently of the feasible solutions set. The assumption does not always hold in the real decision situations. This article has shown that the optimization problems can be categorized into the several problems from two viewpoints. The first is the way to define the feasible solutions set, the second is the optimality dependency on the set. The notions of 'fixed' and 'unfixed' are introduced for the classification, then three types of OP/DMP have been shown including the usual type one. (1) unfixed DMP: the optimality is not defined at the stage of the problem definition and the feasible solutions set is only given. (2) semi-unfixed DMP: the sub-objective functions are defined but the function for the evaluation among the sub-function cannot be defined. (3) fixed DMP(usual OP): the optimality is defined independently of the feasible solutions. that is, the sub-functions and the evaluation function are both defined.

The information systems for these DMPs are presented. The main characteristics of the systems are as follows: (1) unfixed DMP; the system is to support DM to narrow the preferable solutions by iteratively observing and evaluating the feasible solutions set. The interactive image processing technology is extremely effective to develop the system. (2)semi-unfixed DMP; the system is support DM to search an optimal solution by using the evaluated values of sub-functions for all of the feasible solutions. This article proposes a search system which is consisted of the stargraph display of the evaluated values and the manipulations methods on the stargraph. (3) fixed DMP (:OP); a key function of the system is the numerical optimization program. In this case DM never participate in searching an optimal solution and he/she only waits for the solution presented by the system.

Moreover we have discussed the further issues, that is, DMP under the Inner

competition situation, where the competitive relation among sub-organizations in the organization should be considered. It has been shown that the stargraph approach is able to apply effectively for the DMP.